

# Intervention i matematik i förskoleklass

TEXT Görel Sterner, projektledare NCM

## Kan strukturerade lekar och aktiviteter med fokus på resonemang om representationer leda till att barn i förskoleklass utvecklar sina föreställningar om tal, siffror, kvantiteter och enkla räkneoperationer?

Ja, det var den fråga jag ställde mig inför arbetet med min licentiatuppsats. Dels handlade mitt intresse om hur design av ett matematiskt pedagogiskt program för undervisning i förskoleklass skulle kunna läggas upp, dels hur implementering och utvärdering av effekten av undervisning baserad på ett sådant program skulle kunna genomföras.

Många lärare som idag undervisar i förskoleklass var med när lekar och aktiviteter som byggde på Ingvar Lundbergs forskning om språklig medvetenhet och sambandet med läsutvecklingen utvecklades och började användas. Avsikten med språklekarna var att låta barnens möten med skriften bli spännande och lustfyllda, att underlätta läsinläringen och att förebygga lässvårigheter. Detta språkutvecklande arbete är idag en självklarhet i förskola och förskoleklass. Sådana tidiga insatser har i vetenskapliga studier visat sig vara framgångsrikt och särskilt gynnsamt för barn som riskerar att utveckla lässvårigheter.

Idag vet vi att också utvecklingen av matematiska förmågor som sker före den formella skolstarten har starka samband med elevers matematiska kunnande i slutet av grundskolan (Duncan et al., 2007). Särskilt betydelsefull tycks den utveckling av matematiskt kunnande som sker mellan 4,5 och 7 års ålder vara (Watts, Duncan, Siegler & Davis-Kean, 2014). Ett potentiellt framgångsrikt sätt att öka skolresultaten i matematik och att förebygga senare misslyckanden är genom effektiva insatser i förskola och förskoleklass.

## Förskoleklassen – bryggan mellan informellt och formellt lärande i matematik

Barn utvecklar informellt kunnande i matematik långt innan de börjar skolan. Informell matematik handlar till exempel om barns idéer om antal, storlek, form, mönster, position, läge, ökning, minskning, fler och färre. Spontan lek och andra vardagssituationer ger förskolebarn värdefulla erfarenheter av att undersöka och engagera sig i informell matematik. Men för att matematisera, det vill säga för att explicit tolka sina erfarenheter matematiskt, behöver de reflektera och resonera om dessa med kamrater och lärare. Matematik- och språkutveckling är tätt sammanvävda med varandra och karakteristiskt för barns sätt att uttrycka sig före den formella skolstarten, är

att de ibland använder okonventionella och egenhändigt uppfunna strategier och symboler. En kritisk faktor i barns matematikutbildning är just kopplingen mellan informell och formell matematik.

Förskoleklassen är idag inte obligatorisk, men i praktiken deltar nästan alla sexåringar i denna verksamhet. Detta gör förskoleklassen till en potentiellt oombärlig arena för att ge barn möjligheter att utveckla kunnande i matematik och att bidra till att förebygga matematiksvårigheter. Under året i förskoleklass kan undervisningen i matematik leda till att barn vidareutvecklar sin intuitiva känsla för antal och mönster till mer explicit medvetenhet om relationer inom tal, mellan tal och mellan tal och omvärld. På samma sätt som förskoleklassen idag fungerar som bryggan mellan den språkliga medvetenhet barn utvecklar i förskolan och den senare formella läsinläringen, kan förskoleklassen komma att fungera som bryggan mellan det i huvudsak informella lärande i matematik som sker i förskolan och det mer formella lärande som tar vid i skolan.

## Taluppfattning

Under senare år har forskning visat ett ökat intresse för tidiga interventioner i matematik. En anledning till detta är att man genom tidiga insatser vill förebygga att senare svårigheter uppstår. Ett ytterligare skäl är att tidigt ge barn positiva och rika erfarenheter av matematik. En forskningsöversikt visar att innehållet i interventioner varierar. Exempel på centrala innehåll med fokus på utveckling av taluppfattning är: *Klassificering, Räkning och räkneprinciper, Talkombinationer och talmönster, Icke-verbala och verbala ordproblem med addition och subtraktion, Kunskap om tal och användning av tallinjen och Positionssystemet*.

Matematik kan beskrivas som en väv av sammanlänkade begrepp och idéer, fakta och processer och genom att knyta nya insikter till tidigare kunskaper, växer väven allt tätare och bredare (McIntosh et al., 1992). Tal är abstrakta objekt och för att få grepp om dem behöver vi representera dem på något sätt. Winsløv (2004) beskriver matematiska objekt som polysemiska, det vill säga för varje tal finns det flera representationer. Genom att resonera om konkret material, teckningar, bilder, diagram, grafer, ekvationer och andra representationer kan vi utveckla matematiska idéer och skapa samband mellan dessa idéer. Matematikdidaktiska ramverk, liksom förskolans och grundskolans läroplaner, betonar utvecklingen av förmågor relaterade till *resonemang*,

representationer, problemlösning, samband och kommunikation.

### Interventioner

Matematiska pedagogiska program har utvecklats i samarbete mellan forskare och lärare. Två exempel som är vetenskapligt utvärderade med goda resultat är *Number Worlds* (Griffin, 2007) och *Building Blocks* (Clements & Sarama, 2007). *Number Worlds*, avsett för undervisning med barn 4-7 år gamla, bygger på teorin om den *konceptuella strukturen för hela tal*. Enligt denna teori utvecklar förskolebarn genom samspel med omgivningen två separata idéer: global uppfattning av kvantitet och initial räkneförmåga. Global uppfattning av kvantitet möjliggör jämförelse av begrepp såsom fler och färre, längre och kortare, tyngre eller lättare. Den initiala räkneförmågan hjälper barn att göra uppräknings och att svara på frågan *hur många?* Integrering av dessa separata förmågor sker genom erfarenheter av tal och räkning och formar en större central konceptuell struktur en så kallad *mental tallinje*. Mentala tallinjen ses som en konstruktion som vi kan utnyttja för att till exempel bedöma tals relativa storlek, göra rimliga uppskattningar, avgöra vem av två barn som är äldst, använda effektiva räknestrategier och underlättar förståelse för och användning av positionssystemet (Siegler, Fazio och Pyke, 2011). Utvecklingen av mentala tallinjen är beroende av undervisning och kan alltså enligt denna teori fungera som redskap för matematiskt tänkande.

*Building Blocks* är ett omfattande program med fokus på tal och geometri, avsett för undervisning med barn cirka 4-5 år. Detta program bygger på strukturerad undervisning enligt så kallade lärandebanor (Hypothetical learning trajectories). Lärandebanor innefattar tre komponenter:

1. Lärandemålen som definierar riktningen för undervisningen.
2. De hypotetiska lärandebanorna, det vill säga en hypotetisk förutsägelse av hur elevernas tänkande och förståelse kommer att utvecklas i riktning mot lärandemålen.
3. Undervisningsaktiviteterna som är designade att stödja barnens lärande genom de olika stegen i de hypotetiska lärandebanorna. Undervisning baserad på lärandebanor har ofta visat sig framgångsrik och flera internationella förskoleprogram bygger på dessa principer (se Clements, 2011 för en översikt).

### Design och utprovning av ett matematisk pedagogiskt program

Den pedagogiska modell som min studie är baserad på är ett resultat av ett systematiskt samarbete mellan forskning och praktik (Sterner, 2015; Sterner & Helenius, 2015). Modellen har prövats ut i fyra cykler.

Resultaten av utprovningen i en cykel har legat till grund för förfining och fördjupning av programmets innehåll i nästa cykel. Utprovningen har pågått under två års tid och sammantaget har 26 förskoleklasslärare och deras barngrupper medverkat i utprovningen. Den pedagogiska modellen är baserad på tre principer:

1. Principen om strukturerade sekvenser av matematiska aktiviteter.

Den första principen är att barnen ska möta strukturerade sekvenser av aktiviteter. Strukturerad explicit undervisning har visat sig särskilt gynnsam för elever i riskzonen för att utveckla svårigheter i matematik (Gersten et al., 2009). Sättet att skapa sekvenser av aktiviteter påminner om design baserad på lärandebanor. För att underlätta undervisningen för lärarna är aktiviteterna grupperade i fem teman som är inbördes relaterade till varandra:

- Klassificering, sortering och mönster
- Mängder, antal och talmönster
- Tals helhet och delar
- Talraden och tallinjen
- Positionssystemet

Temat om positionssystemet är ett kortare avsnitt med förslag på aktiviteter som passar bra att arbeta med i årskurs 1. Ordningen mellan temana bygger på forskning om den konceptuella strukturen för hela tal.

2. Principen om explicit undervisning

Den andra principen är baserad på en modifierad form av explicit undervisning enligt CRA-modellen. CRA-modellen bygger på idén om konkreta-till-representativa-till-abstrakta undervisningsaktiviteter (Witzel, Mercer & Miller, 2003). Explicit undervisning innebär vanligtvis att läraren visar modeller för problemlösning, tänker högt under problemlösningsprocessen och gör begrepp och processer tydliga. Eleverna följer sedan lärarens modell, löser liknande problem och förklarar sina lösningar och sin förståelse för underliggande begrepp. I den modifierade modellen av CRA är lärarens roll inte att ”visa och förklara” utan att leda undervisningen och att arbeta tillsammans med barnen. Fokus är på problemlösning och resonemang, att aktiviteterna ska leda till undersökningar och att läraren är mån om att involvera barnens tankar och idéer i lärprocessen.

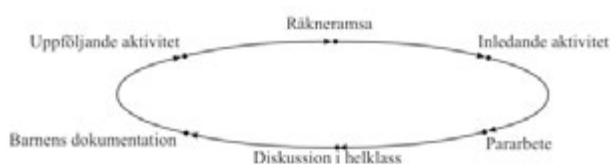
3. Principen om kollektiva resonemang om representationer.

Den tredje principen har betoning på barns dokumentation (teckningar) och kollektiva resonemang om deras arbeten som det huvudsakliga redskapet för lärande. Detta anknyter till Vygotskys teori (1978) om den sociala interaktionen mellan barn och vuxna som

den huvudsakliga källan till lärande och utveckling. Språk ses både som ett kulturellt redskap för att utveckla och dela kunskap med andra i en social gemenskap, och som ett psykologiskt redskap för att strukturera det egna tänkandets processer och innehåll.

Barn behöver ha tillgång till flera representationsformer för att utveckla resonansförmåga och tänkande och för att kommunicera sina idéer med andra. Matematiska idéer behandlas muntligt, med föremål, bilder, teckningar och med matematiska symboler. Barnen får pröva hur begrepp och samband kan uttryckas och förstås på olika sätt. Genom att beskriva ett matematiskt innehåll med olika representationer och genom att jämföra och resonera om likheter och skillnader mellan kamraternas och den egna representationen kan barnens uppfattningar utmanas och utvecklas. För att möjliggöra ett sådant arbetssätt har vi skapat en övergripande struktur för undervisningen i sex faser som innebär att kollektiva undersökningar och resonans i helklass, kombineras med arbete i smågrupper eller i par och individuellt.

Nedan har jag valt ett exempel hämtat ur det inledande temat om sortering, klassificering och mönster. Skälet till att placera sortering och klassificering före temat om tal och räkning är inte att sortering och klassificering ses som en förutsättning för innehållet i övriga teman. Det är snarare relaterat till interventionens starka fokus på resonans om representationer. Erfarenheter och återkoppling från lärare visar att arbete med sortering, klassificering och mönster är områden där det är lättare att etablera sociomatematiska normer. *Sociomatematiska normer* handlar om klassrumsklimat och normer som stödjer problemlösning och kommunikation och barnens vilja att jämföra lösningar och strategier, att söka matematiskt viktiga skillnader och likheter i lösningar och att dela sina tankar med andra (Yackel & Cobb, 1996).



## 1. Räkneramsa



Foto: Anders Wallby

*Ett barn står i mitten av ringen och pekar rytmiskt på var och en av kamrater och lärare under tiden som alla räknar högt i kör.*

Barn och lärare samlas i ring och räknar i kör, uppåt och nedåt på talraden. Syftet är att ge barn erfarenheter som bidrar till att de utvecklar säkerhet i att använda räkneramsan och att undersöka och använda principer och mönster i talsystemets struktur. När ett barn står i mitten och pekar rytmiskt på varje person under tiden som alla räknar högt tillsammans utgör cirkeln som barn och lärare formar själva representationen för räknandet och enheten är varje enskild person. I kombination med aktiviteter i olika teman bygger och ritas barn till exempel femtal och jämför dessa representationer med en kulrads indelning i femgrupper. Med motsvarande siffrors positioner på talraden prövar barnen att ramsräkna i femsteg 5, 10, 15...

## 2. Inledande aktivitet



Foto: Anders Wallby

*Läraren introducerar en aktivitet som syftar till att barnen ska undersöka och resonera om vilken egenskap som är den gemensamma utgångspunkten för olika sorteringar eller mönster.*

Läraren introducerar den aktuella aktiviteten och barn och lärare arbetar tillsammans. Beroende av vilket tema och vilka aktiviteter man arbetar med används olika representationer såsom klossar, stickor, täringar, talrader, talat och skrivet språk. Lärarens uppgift är inte att "visa och förklara" utan att ställa utmanande frågor som leder till undersökningar och resonans om begrepp och deras samband.

### 3. Pararbete eller smågruppsarbete



Foto: Anders Wallby.

*Den gemensamma aktiviteten följs upp med att barnen använder kuber eller annat material och bestämmer vilka egenskaper de vill sortera efter.*

Barnen arbetar i par eller i små grupper med liknande och utvidgade aktiviteter som de gjorde i klassen tidigare och använder andra representationer. Under pararbetet försöker läraren lyssna in barnens resonemang och fånga upp tankar och idéer för att vara väl förberedd inför diskussionerna i helklass.

### 4. Diskussion i helklass



Foto: Eva André Bäck.

*Barnen sparar sina lösningar från pararbetet på brickor som de har med sig till den uppföljande diskussionen i helklass.*

Barn och lärare samlas för gemensam diskussion om pararbetet. Skillnader och likheter mellan barnens lösningar diskuteras liksom skillnader och likheter i att använda olika representationer för samma matematiska innehåll.

### 5. Barnens dokumentation

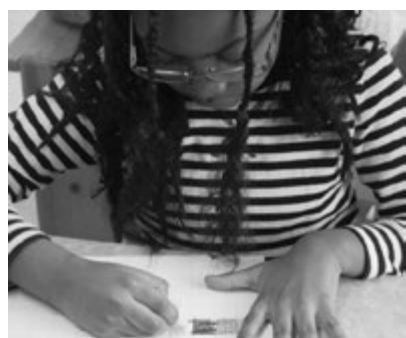


Foto: Anders Wallby.

*Barnen dokumenterar sina erfarenheter av arbetet med sortering, klassificering och mönster.*

Barnen ritar och dokumenterar individuellt vad de har gjort så här långt. Teckningarna är nya representationer som utgör basen för fortsatta kollektiva aktiviteter och matematiska resonemang med lärare och kamrater.

I den individuella dokumentationen väljer barnen att rita bilder, prickar, streck, siffror eller andra representationer som stöd för sitt tänkande.

### 6. Uppföljande aktivitet



Foto: Anders Wallby.

*Barn och lärare resonerar om de begrepp de har arbetat med, om sambanden och likheter och skillnader mellan representationerna av dessa begrepp.*

Denna aktivitet är återigen kollektiv och barnens teckningar är utgångspunkten för resonemang om de begrepp som de har arbetat med. Läraren hjälper barnen att rikta sin uppmärksamhet mot det matematiska innehållet och att skapa samband mellan barnens olika sätt att representera detta innehåll.

I mina samtal med förskoleklasslärare får jag ibland frågan om man inte kan ersätta barnens teckningar med foton av deras arbeten och låta dessa vara utgångspunkt för gemensamma diskussioner. Självklart kan man använda foton i undervisningen, men de kan däremot inte ersätta resonemang om barnens teckningar. När barnen ritar det som de har varit med om kopplar det tillbaka till de tidigare kollektiva aktiviteterna med kamrater och lärare. Skapandet av teckningar involverar barnens minnen av dessa gemensamma undersökningar, deras föreställningar och uppmärksamhet. Genom att externalisera sina uppfattningar, det vill säga genom att flytta ut dem från sig själva kan dess uppfattningar bli föremål för reflektion.

Intuitiva, omedvetna uppfattningar kan bringas till en mer medveten nivå och blir möjliga att dela med andra. I den individuella dokumentationen väljer barnen om de vill rita föremål, prickar, linjer, siffror etc. som stöd för resonemang och tänkande. Lärarens uppgift är att uppmuntra barnen att dela sina tankar och idéer med varandra och att utmana barns tänkande genom att ställa frågor som uppmuntrar till jämförelser och att skapa samband mellan informella och mer formella sätt att representera idéer och lösningar. Synen på tal



som polysemiska och att olika representationer och översättningar mellan representationer spelar en viktig roll i problemlösning och lärande i matematik, innebär att barnens olika uppfattningar och sätt att uttrycka sig om de begrepp som är i fokus är en tillgång i diskussionen. Alla representationer utgör ett viktigt bidrag till den samlade bilden av det aktuella begreppet.

### Deltagare och genomförande

Baserat på programmet som prövades ut i den första studien, genomfördes en randomiserad tio veckors matematisk intervention med barn i förskoleklass (Sternier, Wolff & Helenius, opublicerat manus). I studien deltog tolv förskoleklasser, sex klasser i experimentgrupp och sex i kontrollgrupp. Barnens egna förskoleklasslärare genomförde den matematiska interventionen. Kontrollgruppen följde ordinarie undervisning i matematik. Kontrollgruppen hade dessutom tio veckors intervention med strukturerad, explicit undervisning i språklig medvetenhet. Hade enbart experimentgruppen fått strukturerad explicit undervisning hade det kunnat vara just denna undervisningsform som gav resultat och inte fokus på matematik i sig. Alla barns matematikkunnande testades före interventionen och direkt efter att interventionen var avslutad. Nio månader senare på våren i årskurs 1 testades barnens matematikkunnande på nytt. På förtestet

hade kontrollgruppen bättre resultat än experimentgruppen. Resultaten på eftertestet visade en signifikant effekt på matematik till experimentgruppens fördel. Det fanns också en bestående effekt nio månader senare då barnen gick i årskurs 1. Ju längre effekten varar, desto effektivare kan man anta att interventionen har varit (Mononen et al., 2014). Resultatet av studien visar att strukturerad explicit undervisning i förskoleklass med fokus på tal, resonemang och representationer har effekt på utvecklingen av barnens matematikkunnande.



Foto: Fotogruppen, Skövde.

Görel Sternier.

Med utgångspunkt i förskoleklassens roll som bryggan mellan barns informella och formella lärande bygger modellen för det matematiska pedagogiska programmet på intentionerna i förskolans läroplan med betoning på kollektiva aktiviteter och resonemang om representationer med fokus på tal, kvantiteter och enkla räkneoperationer. Betoningen på explicit undervisning anknyter till skolans mer formella undervisningskultur med planerade lektioner. Samtidigt behålls lekfullheten som kännetecknar förskolans kultur genom aktiviteternas utformning med ramsor, rörelselekar, spel, hemliga mönster, skattjakt etc.

*gorel.sternier@ncm.gu.se*

**För referenser** se [www.sfsp.se](http://www.sfsp.se)

---

## Till minne av Sven Lindahl

Sven Lindahl har gått bort. I skolavslutningstid nåddes vi av beskedet att Sven den 13 maj avlidit efter en tids sjukdom.

Tidskriften Att undervisa kom ut med sitt första nummer 1969 som ett medlemsblad till SFSP. Så småningom växte verksamheten med tidskriften och den fick en egen organisation – SFSP-*Inform* – med en egen styrelse, en redaktion och bl.a. ansvar att förvalta Lars Hellquist fond. Sven var kassör i SFSP-*Inform* med allt vad det innebär. Han var även med i redaktionen och deltog aktivt i utvecklingen av tidskriften.

Vid årsmötet 2005 beslutades att lägga ner organisationen med SFSP-*Inform* och ansvaret för tidskriften lades på förbundsstyrelsen. Därmed avslutades Svens uppdrag.

Vi saknar en engagerad, kunnig och drivande medlem och medarbetare som under många år bidrog till i första hand utvecklingen av Specialpedagogisk tidskrift - att undervisa, men även till en breddad diskussion kring specialpedagogiska frågor under 80- och 90-talen och vi deltar med familjen i sorgen efter Sven.

*Redaktionen och styrelsen*